# ЕГЭ Задание 15. Финансовая математика

I Кредиты

II Вклады

III Задачи на оптимальный выбор

Данный файл предназначен для получения полной базы, необходимой для начала работы с заданием 15 ЕГЭ.

# I Кредиты

Когда человек берёт кредит, у него есть возможность выбрать один из 3-ех схем выплат:

1) Аннуитетные платежи
равные платежи всё время - следствием будет являться неравномерное уменьшение долга

2) Дифференцированные платежи
равномерное уменьшение долга всё время - следствием будут являться неравные платежи: первый платёж наибольший, а последний наименьший

3) Индивидуальные платежи - график и условия будут расписаны в самой задаче.

Независимо от вида платежей выплата кредита будет происходить по следующей схеме: Взятая в кредит сумма сперва увеличится на банковский процент, а затем человек делает платёж. Одним словам:

Долг до банк.-го % → Долг после б. % → платеж → остаток

! Для всех видов платежей используется единая табл.

## Задание 1

Анатолий решил взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Ему предложили две схемы выплаты кредита.

По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами.

По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько денег заплатит Анатолий по каждой схеме выплат?

! В любой задаче сложным является определение количества временных интервалов. Кол-во врем. инт. совпадает с кол-ом платежей.

Дано: $S = 331.000$; $n = 3$; $r = 10$; $k = 1 + \frac{r}{100} = 1{,}1$. Пусть $x$ - платеж.

I схема - аннуитетная, т.к. есть слова - фиксированная сумма, т.е. равные платежи.

| Временной интервал | Долг до н. % | Долг после н. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 (1) | $S$ (7) | $Sk$ (8) | $x$ (4) | $Sk - x$ (9) |
| 2 (2) | $Sk - x$ (10) | $Sk^2 - kx$ (11) | $x$ (5) | $Sk^2 - kx - x$ (12) |
| 3 (3) | $Sk^2 - kx - x$ (13) | $Sk^3 - k^2x - kx$ (14) | $x$ (6) | $\boxed{\phantom{0}}$ |

! Цифры тонкой ручкой в кружочке – порядок заполнения таблицы.

! Столбцы "долг до б %" и "остаток" связаны между собой. Остаток I-го вр. инт. переносится на долг до II и т.д. Коротко говоря, зная столбец остаток можно заполнить столбец Долг до б. % и наоборот.

! В таблице I-ая строчка столбика Долг до б% всегда S.

! В этой задаче всё, что написано тонкой ручкой – комментарии, а не часть решения. Решение, т.е то, что нужно написать, жирной ручкой.

$Sk^3 - k^2x - kx - x = 0$

Это уравнение основывается на следующей логике: на месте прямоуг-ка может стоять 0, т.к. сказано, что кредит закрыт за 3 мес, т.е. 3-ий платеж закрывает долг. Но также на месте прямоугольника может стоять $Sk^3 - k^2x - kx - x$ как логическое продолжение таблицы (предыд. остатки так и запомнились). => на месте прямоуг. м.б. $Sk^3 - k^2x - kx - x$ или 0 => $Sk^3 - k^2x - kx - x = 0$.

**Выразим X**, т.к. в задаче нужно найти уплаченнную сумму Анатолием (т.е. 3x)

$$Sk^3 = x(k^2+k+1)$$

$$x = \frac{Sk^3}{k^2+k+1}$$

$$X = \frac{331.000 \cdot 1{,}1^3}{1{,}21+1{,}1+1} = 133.100$$

$$\Rightarrow 3X = 399.300.$$

II схема – дифференцированная, т.к. есть фраза – сумма долга уменьшалась равномерно.

| Временной интервал | Долг до н.% | Долг после н.% | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 (1) | $S$ (4) | $Sk$ (8) | $Sk - \frac{2S}{3}$ | $\frac{2S}{3}$ (11) |
| 2 (2) | $\frac{2S}{3}$ (5) | $\frac{2S}{3}k$ (9) | $\frac{2S}{3}k - \frac{S}{3}$ | $\frac{S}{3}$ (12) |
| 3 (3) | $\frac{S}{3}$ (6) | $\frac{S}{3}k$ (10) | $\frac{S}{3}k$ | $0$ (7) |

! 1) Равномерное уменьшение долга 1000р в течение 5 мес : $1000 \to 800 \to 600 \to 400 \to 200 \to 0$. Шаг в $\frac{1000}{5} = 200$. Каждая стрелка это 1 уменьшение.

Равномерное уменьшение долга S в течение 3 мес:

2) $S \longrightarrow \frac{2S}{3} \longrightarrow \frac{S}{3} \longrightarrow 0$. Шаг в $\frac{S}{3}$

Равномерное уменьшение долга S в течение n мес:

3) $S \longrightarrow \frac{S(n-1)}{n} \longrightarrow \frac{S(n-2)}{n} \ldots \longrightarrow \frac{S}{n} \longrightarrow 0$. Шаг $\frac{S}{n}$.

! В таблице последнее уменьшение находится в строчке с предпоследним уменьшением. $\frac{S}{3} \to 0$.

Все выплаты: $\left(Sk - \frac{2S}{3}\right) + \left(\frac{2S}{3}k - \frac{S}{3}\right) + \frac{S}{3}k = 2Sk - S =$

$= 2 \cdot 331.000 \cdot 1{,}1 - 331.000 = 397.200.$

**Ответ: 399300 и 397.200.**

! Все выплаты в дифф-ой схеме выстраиваются в арифм. прогрессию.

$\Rightarrow$ Все выплаты $= \frac{\left(Sk - \frac{2S}{3}\right) + \frac{S}{3}k}{2} \cdot 3$

! В дифф-ой схеме наиб. платеж первый, а наименьший последний. Это легко увидеть, если подставить вместо букв числа для подсчета каждого платежа.

# Задание 2

Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

Дано: S – сумма кредита; $n = 6$; $r$ – $\delta$. %; $k = 1 + \frac{r}{100}$.

| Временной интервал | Долг до $\delta$. % | Долг после $\delta$. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk - \frac{5S}{6}$ | $\frac{5S}{6}$ |
| 2 | $\frac{5S}{6}$ | $\frac{5S}{6}k$ | $\frac{5S}{6}k - \frac{4S}{6}$ | $\frac{4S}{6}$ |
| 3 | $\frac{4S}{6}$ | $\frac{4S}{6}k$ | $\frac{4S}{6}k - \frac{3S}{6}$ | $\frac{3S}{6}$ |
| 4 | $\frac{3S}{6}$ | $\frac{3S}{6}k$ | $\frac{3S}{6}k - \frac{2S}{6}$ | $\frac{2S}{6}$ |
| 5 | $\frac{2S}{6}$ | $\frac{2S}{6}k$ | $\frac{2S}{6}k - \frac{S}{6}$ | $\frac{S}{6}$ |
| 6 | $\frac{S}{6}$ | $\frac{S}{6}k$ | $\frac{S}{6}k$ | 0 |

Составим ур-ие по усл. задачи:

$$\frac{\left(Sk - \frac{5S}{6}\right) + \frac{S}{6}k}{2} \cdot 6 = 1{,}63S$$

$$3 \cdot \left( Sk - \frac{5S}{6} + \frac{S}{6}k \right) = 1{,}63S$$

$$3S \left( k - \frac{5}{6} + \frac{k}{6} \right) = 1{,}63S \quad \Big| : S,\ S>0$$

$$3 \left( \frac{7k}{6} - \frac{5}{6} \right) = 1{,}63$$

$$\frac{7k}{2} - \frac{5}{2} = 1{,}63$$

$$3{,}5k = 4{,}13$$

$$k = 1{,}18$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1{,}18$$

$$r = 18$$

Ответ: 18

! Чтобы посчитать сумму выплат, надо знать только первый и последний платежи.

## Задание 3

Жанна взяла в банке кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна вносить в банк часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна выплатит банку в течение первого года кредитования?

Дано: $S = 1{,}2$; $n = 24$; $r = 2$; $k = 1 + \frac{r}{100} = 1{,}02$

| Временной интервал | Долг до н. % | Долг после н. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk-\frac{23S}{24}$ | $\frac{23S}{24}$ |
| 2 | $\frac{23S}{24}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| 12 | $\frac{13S}{24}$ | $\frac{13S}{24}k$ | $\frac{13S}{24}k-\frac{12S}{24}$ | $\frac{12S}{24}$ |
| 13 | $\frac{12S}{24}$ | | | |
| ⋮ | | | | |

Выплаты за I год кред-ия: $\dfrac{\left(Sk-\frac{23S}{24}\right)+\left(\frac{13S}{24}k-\frac{12S}{24}\right)}{2}\cdot 12=0,822$

0,822 млн = 822 тыс.

Ответ: 822 тыс.

## Задание 4

15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его выплаты таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

Дано: . . . (я больше не буду писать дано, но оно обяз-о!)

| Временной интервал | Долг до н. % | Долг после н. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk-\frac{S(n-1)}{n}$ | $\frac{S(n-1)}{n}$ |
| 2 | $\frac{S(n-1)}{n}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| $n$ | $\frac{S}{n}$ | $\frac{Sk}{n}$ | $\frac{Sk}{n}$ | 0 |

$$\frac{Sk-\frac{S(n-1)}{n}+\frac{Sk}{n}}{2}\cdot n=1{,}3S \quad /:S \quad /\cdot 2$$

$$nk-n+1+k=2{,}6$$

$$n=19$$

## Задание 5

В июле клиент планирует взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планирует клиент взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей?

| Временной интервал | Долг до н. % | Долг после н. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk - \frac{S(n-1)}{n}$ | $\frac{S(n-1)}{n}$ |
| 2 | $\frac{S(n-1)}{n}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| $n$ | $\frac{S}{n}$ | | | 0 |

Первый платёж при дифф. схеме наибольший

$$\Rightarrow \quad Sk - \frac{S(n-1)}{n} = 1{,}8$$

$$6 \cdot 1{,}2 - \frac{6 \cdot (n-1)}{n} = 1{,}8 \quad | \cdot n, \ n > 0$$

$$7{,}2n - 6n + 6 - 1{,}8n = 0$$

$$n = 10.$$

## Задание 6

Александр Сергеевич взял ипотечный кредит суммой 2 млн рублей на 20 лет. Условия выплаты кредита таковы:

— в начале каждого года долг увеличивается на 10%;

— после начисления процентов выплачивается некоторая часть долга;

— после выплаты долг должен быть на одну и ту же величину меньше, чем в аналогичном периоде прошлого года.

После 8-й выплаты Александру Сергеевичу удалось произвести реструктуризацию кредита, в результате чего процент, начисляемый в последующие годы, уменьшился до 8%. Какую сумму сэкономил Александр Сергеевич?

$k = 1{,}1; \quad m = 1{,}08$

I табл: если бы банк. % не снизился после 8-го пл.

| Временной интервал | Долг до б. % | Долг после б. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk - \frac{19S}{20}$ | $\frac{19S}{20}$ |
| 2 | $\frac{19S}{20}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| 8 | $\frac{13S}{20}$ | | | |
| 9 | $\frac{12S}{20}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| 20 | $\frac{S}{20}$ | $\frac{S}{20}k$ | $\frac{S}{20}k$ | 0 |

Общ. сум. выпл: $\dfrac{Sk - \frac{19S}{20} + \frac{S}{20}k}{2} \cdot 20 =$

$$10\cdot\left(2\cdot 1{,}1-\frac{19\cdot 2}{20}+\frac{2}{20}\cdot 1{,}1\right)=4{,}1 \text{ млн}$$

<u>II табл</u>: после 8 м. идёт снижение δ. %

| Временной интервал | Долг до δ. % | Долг после δ. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk-\frac{19S}{20}$ | $\frac{19S}{20}$ |
| 2 | $\frac{19S}{20}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| 8 | $\frac{13S}{20}$ | $\frac{13S}{20}k$ | $\frac{13Sk}{20}-\frac{12S}{20}$ | $\frac{12S}{20}$ |
| 9 | $\frac{12S}{20}$ | $\frac{12S}{20}m$ | $\frac{12S}{20}m-\frac{11S}{20}$ | $\frac{11S}{20}$ |
| 10 | $\frac{11S}{20}$ | | | |
| ⋮ | | | | |
| 20 | $\frac{S}{20}$ | $\frac{S}{20}m$ | $\frac{S}{20}m$ | 0 |

Общ. сумма выплат: $\frac{\left(Sk-\frac{19S}{20}\right)+\left(\frac{13Sk}{20}-\frac{12S}{20}\right)}{2}\cdot 8+\frac{\left(\frac{12S}{20}m-\frac{11S}{20}\right)+\frac{S}{20}m}{2}\cdot$

$\cdot 12=$

$4(2{,}2-1{,}9+1{,}43-1{,}2)+6(1{,}296-1{,}1+0{,}108)=$

$=2{,}12+1{,}824=3{,}944$ млн

$4{,}1-3{,}944=0{,}156$ млн $=156$ тыс. р.

Ответ: 156 тыс.

## Задание 7

В июле 2025 года планируется взять кредит на 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма выплат составит 930 тысяч рублей?

Так же, как и 2, 3, 4, 5, 6 задачи, эта задача на дифф-ную схему выплат.

$k=1+\frac{r}{100}$; $m=1{,}15$

| Временной интервал | Долг до б. % июнь | Долг после б. % янв | Платеж фев - июнь | Остаток июнь |
|---|---|---|---|---|
| лв 25 - нв 26 | $S$ | $Sk$ | $Sk - \frac{5S}{6}$ | $\frac{5S}{6}$ |
| лв 26 - нв 27 | $\frac{5S}{6}$ | $\frac{5S}{6}k$ | $\frac{5S}{6}k - \frac{4S}{6}$ | $\frac{4S}{6}$ |
| лв 27 - нв 28 | $\frac{4S}{6}$ | $\frac{4S}{6}k$ | $\frac{4S}{6}k - \frac{3S}{6}$ | $\frac{3S}{6}$ |
| лв 28 - нв 29 | $\frac{3S}{6}$ | $\frac{3S}{6}m$ | $\frac{3S}{6}m - \frac{2S}{6}$ | $\frac{2S}{6}$ |
| лв 29 - нв 30 | $\frac{2S}{6}$ | $\frac{2S}{6}m$ | $\frac{2S}{6}m - \frac{S}{6}$ | $\frac{S}{6}$ |
| лв 30 - нв 31 | $\frac{S}{6}$ | $\frac{S}{6}m$ | $\frac{S}{6}m$ | $0$ |

Все плат: $Sk - \frac{5S}{6} + \frac{5S}{6}k - \frac{4S}{6} + \frac{4S}{6}k - \frac{3S}{6} + \frac{3S}{6}m - \frac{2S}{6} + \frac{2S}{6}m - \frac{S}{6} +$

$+ \frac{S}{6}m = 930$

$k = 1{,}16$; $r = 16$.

Аннуитетные и диф-ые платежи мы разобрали, сейчас разберём индивидуальную схему.

## Задание 8

Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк 3/4 от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

| Временной ин-ервал | Долг д. % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $\frac{3}{4}Sk$ | $\frac{1}{4}Sk$ |
| 2 | $\frac{1}{4}Sk$ | $\frac{1}{4}Sk^2$ | $1{,}21S$ | $0$ |

$$\frac{1}{4}Sk^2 - 1{,}21S = 0 \quad / : S,\ S > 0$$

$$\frac{1}{4}k^2 = 1{,}21$$

$$k = 2{,}2$$

$$k = 2{,}2 = 1 + \frac{r}{100}\ ;\ r = 120$$

# Задание 9

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06. | 15.07 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Долг (в процентах от кредита) | 100% | 90% | 80% | 70% | 60% | 50% | 0% |

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

$$S \xrightarrow{I\text{ м}} 0{,}9S \xrightarrow{II} 0{,}8S \xrightarrow{III} 0{,}7S \xrightarrow{IV} 0{,}6S \xrightarrow{V} 0{,}5S \xrightarrow{VI} 0$$

Одним словом, 6 платежей => 6 строк в таблице

| Временной ин-ервал | Долг д. % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk - 0{,}9S$ | $0{,}9S$ |
| 2 | $0{,}9S$ | $0{,}9Sk$ | $0{,}9Sk - 0{,}8S$ | $0{,}8S$ |
| 3 | $0{,}8S$ | $0{,}8Sk$ | $0{,}8Sk - 0{,}7S$ | $0{,}7S$ |
| 4 | $0{,}7S$ | $0{,}7Sk$ | $0{,}7Sk - 0{,}6S$ | $0{,}6S$ |
| 5 | $0{,}6S$ | $0{,}6Sk$ | $0{,}6Sk - 0{,}5S$ | $0{,}5S$ |
| 6 | $0{,}5S$ | $0{,}5Sk$ | $0{,}5Sk$ | $0$ |

Общ. с. выпл: $Sk - 0{,}9S + 0{,}9k - 0{,}8S + 0{,}8Sk - 0{,}7S +$
$+ 0{,}7Sk - 0{,}6S + 0{,}6Sk - 0{,}5S + 0{,}5Sk = 1{,}225S$,

что на 22,5 % >, чем S

Ответ: 22,5

## Задание 10

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле 2017,2018 и 2019 долг остаётся равным S тыс. рублей;

— выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей;

— к июлю 2021 долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

| Временной интервал | Долг до б. % | Долг после б. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| Июль 16 - Июль 17 | $S$ | $Sk$ | $Sk - S$ | $S$ |
| Июль 17 - Июль 18 | $S$ | $Sk$ | $Sk - S$ | $S$ |
| Июль 18 - Июль 19 | $S$ | $Sk$ | $Sk - S$ | $S$ |
| Июль 19 - Июль 20 | $S$ | $Sk$ | 360 | $Sk - 360$ |
| Июль 20 - Июль 21 | $Sk - 360$ | $Sk^2 - 360k$ | 360 | 0 |

$Sk^2 - 360k - 360 = 0$ ; $S = 550$

Общ. сумма выпл: $3 \cdot (Sk - S) + 2 \cdot 360 = 1050$ тыс.

Задание 11

Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое больше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

| Временной интервал | Долг до б. % | Долг после б. % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $x$ | $Sk - x$ |
| 2 | $Sk - x$ | $Sk^2 - kx$ | $2x$ | $Sk^2 - kx - 2x$ |
| 3 | $Sk^2 - kx - 2x$ | $Sk^3 - k^2x - 2kx$ | $4x$ | $\boxed{\phantom{0}}$ |

На месте $\square$ м.б. 0 или $Sk^3 - k^2x - 2kx - 4x$

$Sk^3 - k^2x - 2kx - 4x = 0$

$x = 133100.$ ! Задача похожа на аннуит-ую

# Задание 12

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|---|---|---|---|---|
| Долг (в млн рублей). | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

| Временной интервал | Долг до % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk-0{,}7S$ | $0{,}7S$ |
| 2 | $0{,}7S$ | $0{,}7Sk$ | $0{,}7Sk-0{,}4S$ | $0{,}4S$ |
| 3 | $0{,}4S$ | $0{,}4Sk$ | $0{,}4Sk$ | $0$ |

$$\begin{cases} Sk-0{,}7S>5 \\ 0{,}7Sk-0{,}4S>5 \\ 0{,}4Sk>5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0{,}55S>5 \\ 0{,}475S>5 \\ 0{,}5S>5 \end{cases}$$

Чтобы выполнилась система, необходимо и достаточно выполнение $0,475S > 5$ (если $0,475S > 5$, то и другие бо́льшие будут $>5$)

$S > 10\frac{10}{19}$ ; Наим. целый $S = 11$

## Задание 13

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

! Данная задача не диф-ая, т.к. в диф. схеме происходит равномерное уменьшение с 1-го по последний месяц. А в этой задаче последнее уменьшение будет отлич-ся от предыдущих.

Пример:

В диф-ых уменьшение происходит так:

1000 – 900 – 800 – 700 – 600 – 500 – 400 – 300 – 200 – 100 – 0

А в этой задаче, образно говоря, так:

1000 – 900 – 800 – 700 – 600 – 500 – 0.

Поэтому показывать равномерное уменьшение откалыванием $\frac{S}{n}$ тут нельзя. Равномерное уменьшение долга будет так: $S \to S-x \to S-2x \to S-3x \ldots$

! Если делать вр-ые инт. в этой задаче, как в зад. 10, напр, то 1 строчка будет 15 дек – 14 янв => 15 число 1-20 мес будет в I строчке в столбце Долг до б. %. А 15 число 21 мес в 21 строчке в столбце Долг до б. %. И это кривость этой задачи! Ошибка есть в условии, недочёт.

При составлении табл. будем отталкиваться от того факта, что 15 число 21 мес это там, где 0 =>
=> 15 число 21 мес это Остаток 21 строчки, а 15 число 1-20 мес – Остатки 1-20 строчки или Долг до 2-21 строчек.

| Временной интервал | Долг до % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $S \cdot k$ | $Sk - S + 30$ | $S - 30$ |
| 2 | $S - 30$ | $(S-30)\cdot k$ | | $S - 60$ |
| 3 | $S - 60$ | $(S-60)\cdot k$ | | |
| : | | | | $S - 18\cdot 30$ |
| 19 | $S - 18\cdot 30$ | $(S - 18\cdot 30)\cdot k$ | | $S - 19\cdot 30$ |
| 20 | $S - 19\cdot 30$ | $(S - 19\cdot 30)\cdot k$ | $Sk - 570k - S + 600$ | $S - 20\cdot 30$ |
| 21 | $S - 20\cdot 30$ | $(S - 20\cdot 30)\cdot k$ | $(S - 20\cdot 30)\cdot k$ | 0 |

15г 1-20мес

15г 1-20мес

15г 21-20 мес

$$\frac{Sk - S + 30 + Sk - 570k - S + 600}{2}\cdot 20 + (S - 600)\cdot k = 1604$$

$$S = 1100$$

Задание 14

В июле планируется взять кредит на срок 6 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле первых трех лет погашения кредита долг должен быть в два раза меньше долга на июль предыдущего года;

— в июль последних трех лет долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

Чему был равен изначальный кредит, если общая сумма выплат равна 1,6 млн. рублей?

| Временной ин-ервал | Долг до % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $Sk-\frac{S}{2}$ | $\frac{S}{2}$ |
| 2 | $\frac{S}{2}$ | $\frac{S}{2}k$ | $\frac{S}{2}k-\frac{S}{4}$ | $\frac{S}{4}$ |
| 3 | $\frac{S}{4}$ | $\frac{S}{4}k$ | $\frac{S}{4}k-\frac{S}{8}$ | $\frac{S}{8}$ |
| 4 | $\frac{S}{8}$ | $\frac{S}{8}k$ | $\frac{S}{8}k-\frac{S}{12}$ | $\frac{S}{12}$ |
| 5 | $\frac{S}{8}-\frac{S}{24}=\frac{S}{12}$ | $\frac{S}{12}k$ | $\frac{S}{12}k-\frac{S}{24}$ | $\frac{S}{24}$ |
| 6 | $\frac{S}{12}-\frac{S}{24}=\frac{S}{24}$ | $\frac{S}{24}k$ | $\frac{S}{24}k$ | 0 |

! Можно было ошибочно заполнить столбик долг до % так: $S \to \frac{S}{2} \to \frac{S}{4} \to \frac{S}{6} \to \frac{S}{12} \to 0$?

О не может быть в долг до 6-ой строчки.

+ если записать так / и считать, что фраза "в июле первых 3-ех лет долг д.б. в 2р меньше долга пред.

года" относится к $S \to \frac{S}{2} \to \frac{S}{4}$ тоже неверно, ведь S не меньше в 2 раза предыдущего года.

Ур-ие и его решение класс-ие в этой задаче.

## Задание 15

В начале месяца Артем взял в банке кредит 2,4 млн рублей с месячной процентной ставкой 5% на 12 месяцев с погашением кредита по следующей схеме:

— в начале каждого месяца банк увеличивает долг на 5%;

— выплаты производятся в конце каждого месяца;

— каждая следующая выплата на 5% больше предыдущей.

Сколько рублей должна составлять первая выплата, чтобы Артем погасил свой кредит по указанной схеме за 12 месяцев? $k=1{,}05$

| Временной ин-ервал | Долг до % | Долг после % | Платеж | Остаток |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $S$ | $Sk$ | $x$ | $Sk-x$ |
| 2 | $Sk-x$ | $Sk^2-kx$ | $kx$ | $Sk^2-2kx$ |
| 3 | $Sk^2-2kx$ | $Sk^3-2k^2x$ | $k^2x$ | $Sk^3-3k^2x$ |
| 4 | $Sk^3-3k^2x$ | $Sk^4-3k^3x$ | $k^3x$ | $Sk^4-4k^3x$ |
| 12 | $Sk^{11}-11k^{10}x$ | $Sk^{12}-11k^{11}x$ | $k^{11}x$ | $Sk^{12}-12k^{11}x$ / 0 |

$Sk^{12} - 12k^{11}x = 0 \quad | : k^{11}, \; k^{11} > 0$

$Sk - 12x = 0$

$2{,}4 \cdot 1{,}05 - 12x = 0$

$x = 0{,}21$ млн $= 210$ тыс

# II Вклады

## Задание 1

В банк был положен вклад под 10% годовых. Через год, после начисления процентов, вкладчик снял со счета 2000 рублей, а еще через год (опять после начисления процентов) снова внес 2000 рублей. Вследствие этих действий через три года со времени открытия вклада вкладчик получил сумму меньше запланированной (если бы не было промежуточных операций со вкладом). На сколько рублей меньше запланированной суммы он получил?

Дано: $S$ – сумма вклада; $r=10$; $k=1+\frac{r}{100}=1{,}1$

I случай – без промежут. опер. со вкладом

$$S \longrightarrow Sk \longrightarrow Sk^2 \longrightarrow Sk^3$$

II случай – с промеж. опер.

$$S \longrightarrow Sk \longrightarrow Sk-2000 \longrightarrow Sk^2-2000k \longrightarrow Sk^2-2000k+$$
$$+2000 \longrightarrow Sk^3-2000k^2+2000k$$

Ответ на вопрос в задаче: $Sk^3-(Sk^3-2000k^2+2000k)=$
$=2000k^2-2000k=2420-2200=220$ р.

## Задание 2

В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

$S = 3900$ тыс; $r = 50$; $k = 1 + \frac{r}{100} = 1{,}5$

$S \to Sk \to Sk + x \to Sk^2 + kx \to Sk^2 + kx + x \to Sk^3 + k^2x + kx \to Sk^3 + k^2x + kx + x \to Sk^4 + k^3x + k^2x + kx \to Sk^4 + k^3x + k^2x + kx + x \to Sk^5 + k^4x + k^3x + k^2x + kx$

Сост. ур-ие:

$Sk^5 + k^4x + k^3x + k^2x + kx = 8{,}25S$

$3900 \cdot (1{,}5)^5 + (1{,}5)^4 \cdot x + (1{,}5)^3 x + (1{,}5)^2 x + 1{,}5x = 8{,}25 \cdot 3900$

$29615{,}625 + 5{,}0625x + 3{,}375x + 2{,}25x + 1{,}5x = 32175$

$12{,}1875x = 2559{,}375$

$x = 210.$

! $1{,}5 = \frac{3}{2}$ - так удобнее возводить в степень, если без кальк.

## Задание 3

Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40 процентных пунктов (то есть увеличил ставку а% до (а + 40)%). К концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?

Пусть $k = 1 + \frac{a}{100}$; $m = 1 + \frac{a+40}{100}$; $S$ - сумма вклада.

$S \longrightarrow Sk \longrightarrow \frac{3}{4}Sk \longrightarrow \frac{3}{4}Skm$

$\frac{3}{4}Skm = 1{,}44S \quad | : S,\ S>0$

$\frac{3}{4}\cdot\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{a+40}{100}\right)=1{,}44$

$\frac{3}{4}\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{a}{100}+\frac{2}{5}\right)=1{,}44$

Пусть $1+\frac{a}{100}=k$;

$\frac{3}{4}\cdot k\cdot\left(k+\frac{2}{5}\right)=1{,}44$

$\frac{3}{4}k^2+\frac{3}{10}k=1{,}44 \quad |\cdot 100$

$75k^2+30k-144=0$

$D=900+43200=44100=210^2$

$k_1=\frac{-30+210}{150}=\frac{180}{150}=\frac{6}{5}=1{,}2$

$1+\frac{a}{100}=1{,}2$; $a=20$; $a+40=60$

# III Задачи на оптимальный выбор.

## Задание 1

В бассейн проведены три трубы. Первая труба наливает 30 м3 воды в час. Вторая труба наливает в час на 3V м3 меньше, чем первая ($0 < V < 10$), а третья труба наливает в час на 10V м3 больше первой. Сначала первая и вторая трубы, работая вместе, наливают 30% бассейна, а затем все три трубы, работая вместе, наливают оставшиеся 0,7 бассейна. При каком значении V бассейн быстрее всего наполнится указанным способом?

| | Произв-ст |
|---|---|
| I труба | $30\,м^3$ |
| II тр. | $30-3V$ |
| III тр. | $30+10V$ |

Общее потраченное время, зависимое от пр-сти V:

$$\frac{0{,}3}{60-3V}+\frac{0{,}7}{90+7V}$$

$$t(V)=\frac{0{,}3}{60-3V}+\frac{0{,}7}{90+7V}.$$

Нужно по заданию найти т. минимума ф-ии.

$$f'(V)=\frac{-0{,}3(60-3V)'}{(60-3V)^2}+\frac{-0{,}7(90+7V)'}{(90+7V)^2}$$

$$\frac{0,9}{(60-3V)^2} - \frac{4,9}{(90+7V)^2} = 0$$

$$\frac{0,9(90+7V)^2 - 4,9(60-3V)^2}{(60-3V)^2(90+7V)^2} = 0$$

$$2898V - 10350 = 0$$

$$V = \frac{25}{7}$$

$-$ min $+$

$\frac{25}{7}$

Ответ: $V = \frac{25}{7}$

## Задание 2

**В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?**

Пусть $x$ дев. поместили в I класс; $\Rightarrow$ $25-x$ — II

Сумма процентов девочек в 2-ух кл: $\frac{x}{22}\cdot 100 + \frac{25-x}{23}\cdot 100$ и нужно найти наиб. знач. этой суммы; $x \in [0; 22]$.

$$f(x) = \frac{x}{22}\cdot 100 + \frac{25-x}{23}\cdot 100 = \frac{100x}{22} + \frac{2500}{23} - \frac{100x}{23}$$

$f'(x) = \frac{100}{22} - \frac{100}{23} > 0 \Rightarrow$ пр-ая всегда положит-а

$\Rightarrow$ ф-ия всегда возр-ет $\Rightarrow$ наиб. знач. на отрезке $[0;25]$ достигается в конце отрезка. Т.е. x д.б. равен 22.

Распред-ие д.б. таким: в I-ом классе все 22 ученика девочки, а во II-ом 3 дев и 20 мальч.

## Задание 3

Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

| Вид начинки | Себ-сть за 1 т. | Отпускная цена за 1 т. | Произв-ые возм-сти |
|---|---|---|---|
| Ягоды | 70 тыс. руб | 100 тыс. руб | 90 т. в мес |
| Творог | 100 тыс. руб | 135 тыс. руб | 75 т. в мес |

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

1) $90 \cdot (100-70) \vee 75 \cdot (135-100)$

$2700 \vee 2625$

$2700 > 2625$

=> на данной фабрике выгоднее производить ягодные полуф-ты.
=> направим все производственные мощности на ягоды для получения максимальной прибыли. Но с учетом условий ассортиментности – фабрике придется произвести 15 т. творога. Учитывая, что производство творога "тяжелее" для фабрики (90>75), то стоит узнать, сколько произв-ой мощности останется у фабрики для произв-ва ягод.

$15 \cdot \frac{90}{75} = 18$ (т.) – т.е. 15 т творога = 18 т ягод с т.з. произв-ой мощн.

2) $(90-18) \cdot (100-70) = 2160$ (тыс. руб) – зараб с ягод

3) $15 \cdot (135-100) = 525$ (тыс. руб) – зараб с твор.

4) $2160 + 525 = 2685$ (тыс. руб) – зараб. всего.

## Задание 4

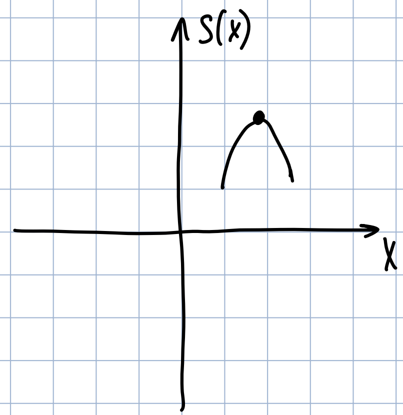
Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2+2x+6$. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px-(0{,}5x^2+2x+6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Прибыль $= px-(0{,}5x^2+2x+6) = -0{,}5x^2+x(p-2)-6$

Пусть прибыль $S$, тогда $S(x) = -0{,}5x^2+x(p-2)-6$

! $p$ тут стоит воспринимать как параметр.

Учитывая предп. предложение, завод настроен на получение наиб. прибыли ($S$).




Графиком нашей прибыли в сист. коорд. $SOX$ будет пар-ла с ветвями вниз $\Rightarrow$ наиб. значение (аналог y) $S$ достигается в $x_в$

$x_в = \frac{-b}{2a} = p-2$

Зная $x_в$, при котором будет наиб. прибыль, найдем $S_в(y_в)$, т.е. наиб. прибыль

$S(x_в) = -0{,}5(p-2)^2+(p-2)(p-2)-6$

$0{,}5(p-2)^2-6 \geq \frac{78}{3}$

$0{,}5(p-2)^2-32 \geq 0$

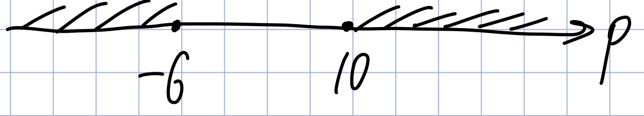
$S(x) = -0{,}5x^2+8x-6$

$x = \frac{-8}{-2} = 4$

$S(4) = -0{,}5\cdot16+32-6 = 34$

$(p-2)^2 - 64 \geq 0$

$(p-2-8)(p-2+8) \geq 0$



Наим. подход-щий $p=10$.

## Задание 5

Завод закупает станки двух типов, на приобретение которых выделено 34 миллиона рублей. Станок первого типа занимает площадь 7 м2 (с учетом проходов), производит за смену 5000 единиц продукции и стоит 4 миллиона рублей. Станок второго типа занимает площадь 4 м2 (с учетом проходов), производит за смену 3000 единиц продукции и стоит 3 миллиона рублей. Станки должны быть размещены на площади, не превышающей 50 м2. Сколько станков каждого типа нужно приобрести, чтобы производить за смену наибольшее количество продукции?

$R$ (сумма потр. ден) $\leq 34$

$S$ (м) $\leq 50$

I: $7м^2$ ; 5000 ед ; 4 млн.р.

II: $4м^2$ ; 3000 ед ; 3 млн.р.

В этой задаче идёт выбор м/у I и II по 3-ём параметрам, поэтому выбирать между I и II способом задания

3 уже нельзя.

Пусть x - кол-во станков I т., y - II -го

$$\begin{cases} 4x+3y \le 34 \\ 7x+4y \le 50 \end{cases}$$

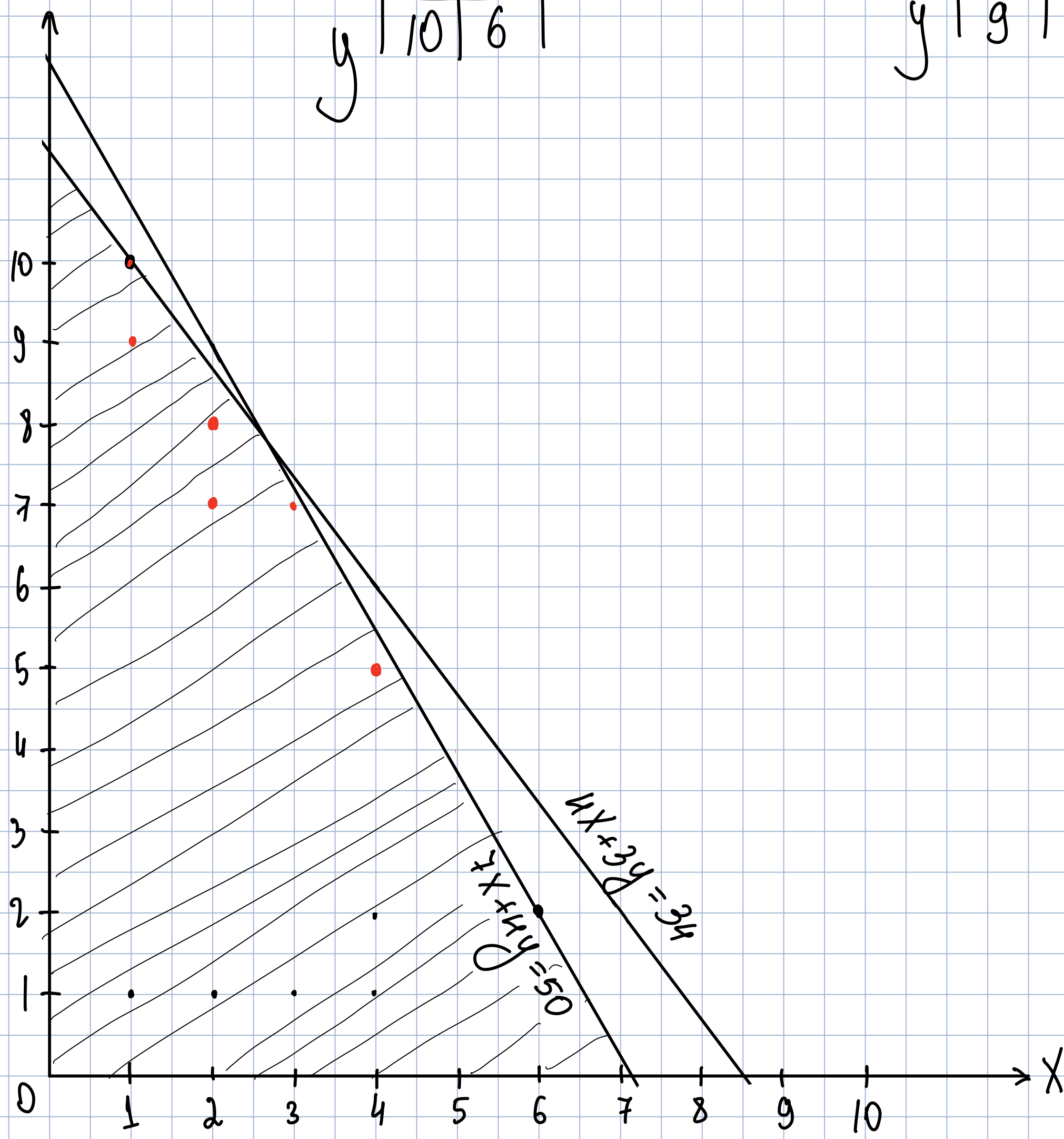
$5000x+3000y$ — наиб. знач. этой суммы надо найти.

1) Построим: $4x+3y=34$

| x | 1 | 4 |
|---|---|---|
| y | 10 | 6 |

2) $7x+4y=50$

| x | 2 | 6 |
|---|---|---|
| y | 9 | 2 |




Каждая жирная точка - целочисленное решение.

"Лучшие" точки: $(\overset{x}{6}; \overset{y}{2})$ – кол-во произв. прод. будет $6 \cdot 5000 + 2 \cdot 3000 = 36$

$(5;3)$ – 34 тыс.

$(4;5)$ – 35

$(3;7)$ – 36

$(2;8)$ – 34

$(1;10)$ – 35

Ответ: или 6 I и 2 II, или 3 I и 7 II.

## Задание 6

Первичная информация разделяется по серверам No.1 и No.2 и обрабатывается на них. С сервера No.1 при объёме $t^2$ Гбайт входящей в него информации выходит $20t$ Гбайт, а с сервера No.2 при объёме $t^2$ Гбайт входящей в него информации выходит $21t$ Гбайт обработанной информации, $25 < t < 55$. Каков наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 3364 Гбайт?

В задачах при вводе пер-ой редко вводится $x^2$; $5x$ и т.д. В этой задаче это необходимо.

Пусть $x^2$ гб вошло на I сер; $y^2$ гб воидёт на II. Тогда с I-го выйдет $20x$; $21y$ – II.

Нужно найти наиб. знач $20x + 21y$, учитывая, что $x^2 + y^2 = 3364$.

! В задачах такого типа нужно сделать 2 вещисоставить ф-ию $(20x+21y)$, наиб или наим. знач. которой надо найти, и сост-ть ур-ие $(x^2+y^2=3364)$, которое свяжет 2 буквы.

$$f(x;y)=20x+21y$$

$$f(x)=20x+21\cdot\sqrt{3364-x^2}$$

$$f'(x)=20-\frac{2x\cdot 21}{2\cdot\sqrt{3364-x^2}}=20-\frac{21x}{\sqrt{3364-x^2}}=0 \;\Big/\cdot\sqrt{3364-x^2}>0$$

$$20\cdot\sqrt{3364-x^2}-21x=0$$

$$400(3364-x^2)=441x^2$$

$$841x^2=400\cdot 3364$$

$$x=\sqrt{\frac{400\cdot 3364}{841}}=\frac{20\cdot 58}{29}=40.$$

V Выход. инф $=20\cdot 40+21\cdot\sqrt{3364-1600}=800+882=1682$

## Задание 7

В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает $t$ человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ у. е. Если на втором объекте работает $t$ человек, то их суточная зарплата составляет $t^2$ у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

Пусть на I объекте $x$ чел; тогда на II $24-x$.

З. п. будут — $4x^2$; $(24-x)^2$

Нужно найти наим. знач $4x^2+(24-x)^2$

! Можно было решить задачу с $x$ и $y$; на I об $x$; II - $y$; з. п. $4x^2$; $y^2$. и потом искать наим. знач $4x^2+y^2$, учитывая, что $x+y=24$.

Задание 8

Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят $t$ приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно $t^3$ часов в неделю, они производят $t$ приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

Пусть на I-ом зав. произведут $x$ приб; тогда на II-ом $20-x$. Кол-во затрач. часов будет $4x^3$ и $(20-x)^3$.

З. п. совпадут с кол-ом затр. ч, т.к. $4x^3 \cdot 1 = 4x^3$.

Наим. знач $4x^3+(20-x)^3$ или $4x^3+y^3$, учитывая, что $y=20-x$.

# Задание 9

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $t^2$ часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно $t^2$ часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

5.000.000р в неделю; 500р за 1час ⇒ в неделю имеем 10.000 чел/часов.

Пусть $x^2$ ч/ч ушло на I завод → сделают $3x$ ед.

$y^2$ ч/ч на II зав → $4y$ ед.

Нужно найти наиб. знач $3x+4y$, учитывая, что $x^2+y^2=10.000$

# Задание 10

На каждом из двух заводов работает по 100 человек. На первом заводе один рабочий изготавливает за смену 3 детали A или 1 деталь B. На втором заводе для изготовления $t$ деталей (и A, и B) требуется $t^2$ человеко-смен. Оба завода поставляют детали на комбинат, где собирают изделие, причем для его изготовления нужна 1 деталь А и 3 детали В. При этом заводы договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

I завод (100 ч/смен) | II завод (100 ч/смен)

Пусть $x$ чел/см ушло на дет А; $100-x$ на дет. В. Произведут $3x$ и $100-x$ | Пусть $y$ ч/с дет. А ; $100-y$ В Произведут $\sqrt{y}$ и $\sqrt{100-y}$

Всего дет А: $3x+\sqrt{y}$

В: $100-x+\sqrt{100-y}$

Но обязательно должно быть выполнено условие:

$100-x+\sqrt{100-y}=3\cdot(3x+\sqrt{y})$ - это и есть "связующее" ур-ие. Чтобы понять, что умножать на 3, нужно понять, что меньше. Соотношение 1 дет А и 3 дет В: 20 А и 60 В, например => А меньше в 3 р => А надо увеличить в 3 р, чтобы можно было приравнять.

$$x=10+0{,}1\sqrt{100-y}-0{,}3\sqrt{y}$$

При таком соотн. дет. А и В кол-о изделий совпадёт с кол-ом дет. А => нужно произв-сти наиб А при прав-ом соотношении.

$$A=3x+\sqrt{y}=3\left(10+0{,}1\sqrt{100-y}-0{,}3\sqrt{y}\right)+\sqrt{y}$$

$$f(y)=3\left(10+0{,}1\sqrt{100-y}-0{,}3\sqrt{y}\right)+\sqrt{y}=30+0{,}3\sqrt{100-y}+0{,}1\sqrt{y}$$

$$f'(y)=\frac{-0{,}3\sqrt{y}+0{,}1\sqrt{100-y}}{2\sqrt{y}\sqrt{100-y}}=0$$

$y = 10$

$f(y) = 30 + \sqrt{10}$, т.е. 33 (34 не смогут)

! Если сказано, что сплав состоит из 1 кг Н и 2 Al, то можно сказать, что масса сплава будет в 3 раза тяжелее, чем масса добытого Никеля.

Работу выполнил:

Одикадзе Г.Г.